

# تعمیر ریاضی

ریاضی دوازدهم

فصل ۱



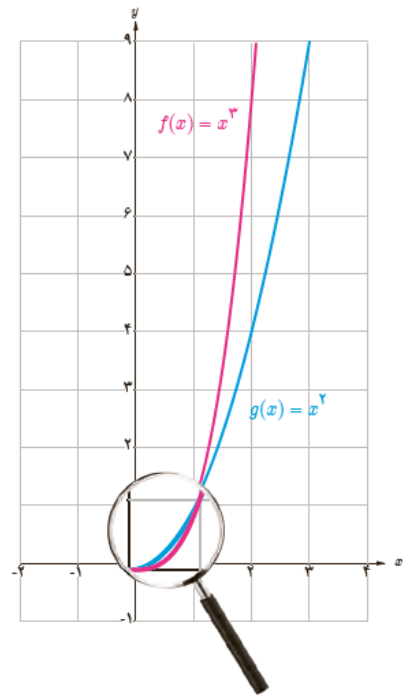
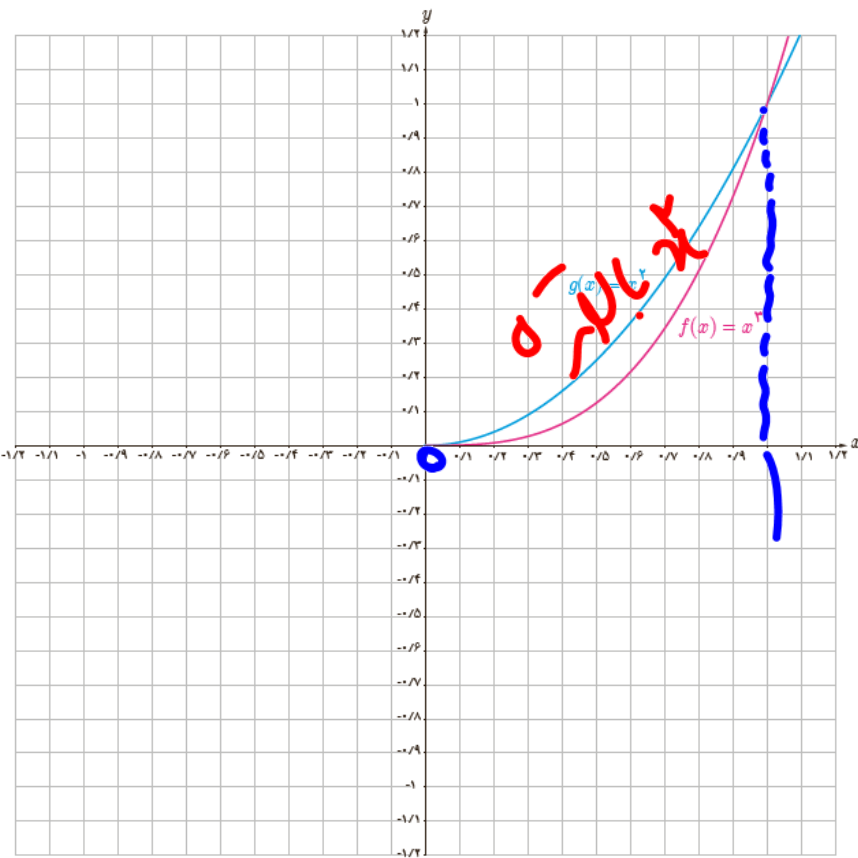
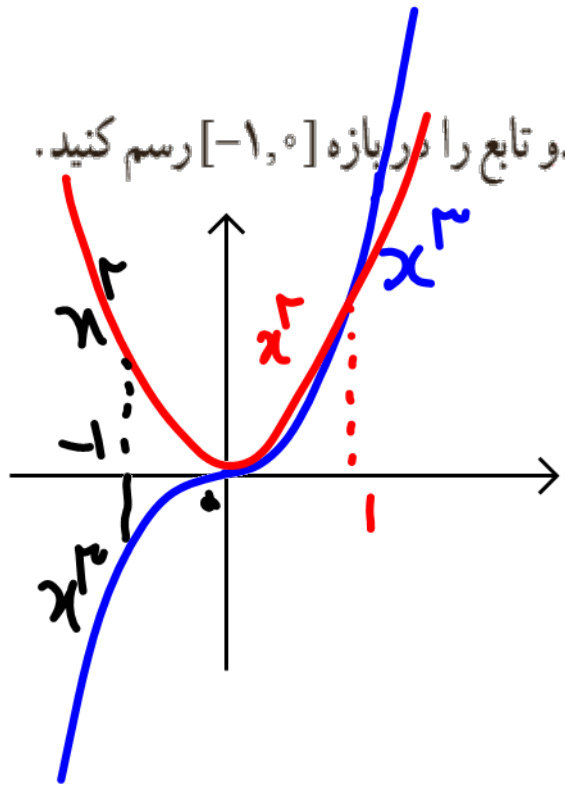
$D=R=\mathbb{R}$

$x > 1 : x^2 > x^3$   
 $x < 1 : x^2 < x^3$

$x < 0 : x^2 > x^3$

با توجه به نمودار توابع  $f(x) = x^2$  و  $g(x) = x^3$  که برای اعداد نامنفی رسم شده اند :

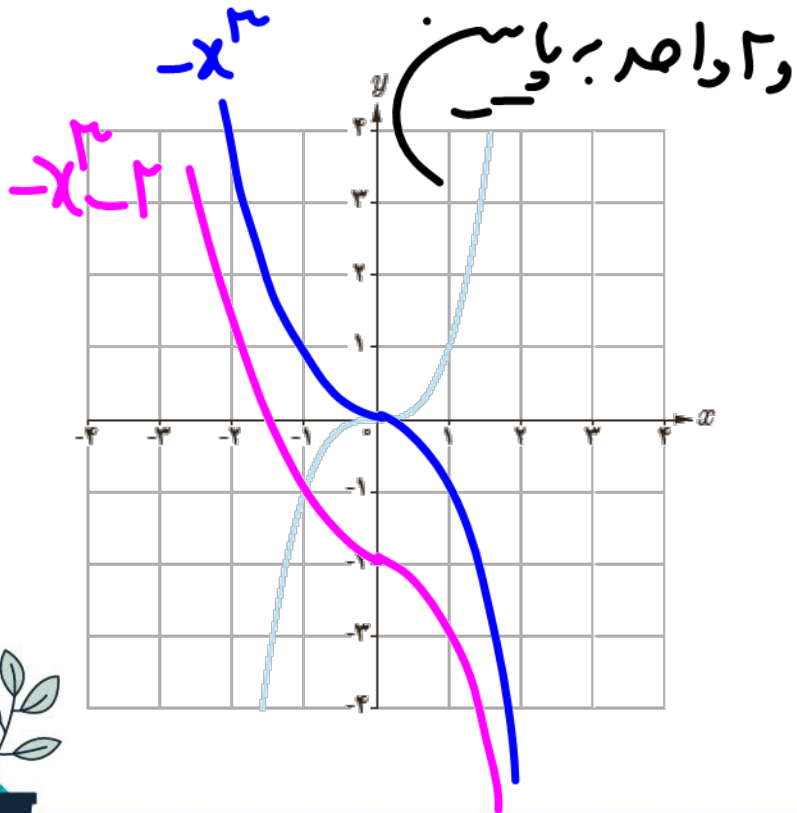
الف) آیا برای تمام  $x$  های نامنفی، نمودار  $f(x) = x^2$  بالای نمودار  $g(x) = x^3$  قرار دارد؟  
 ب) نمودار این دو تابع را در بازه  $[-1, 0]$  رسم کنید.



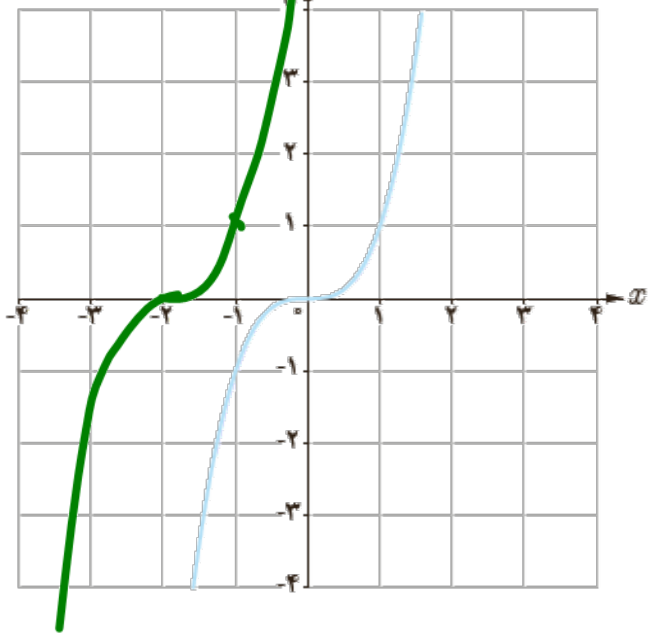
الف) آیا برای تمام  $x$  های نامنفی، نمودار  $f(x) = x^2$  بالای نمودار  $g(x) = x^3$  قرار دارد؟  
 ب) نمودار این دو تابع را در بازه  $[-1, 0]$  رسم کنید.

با استفاده از نمودار تابع  $f(x) = x^3$ ، نمودار توابع زیر را رسم کرده و دامنه و برد آنها را مشخص کنید.

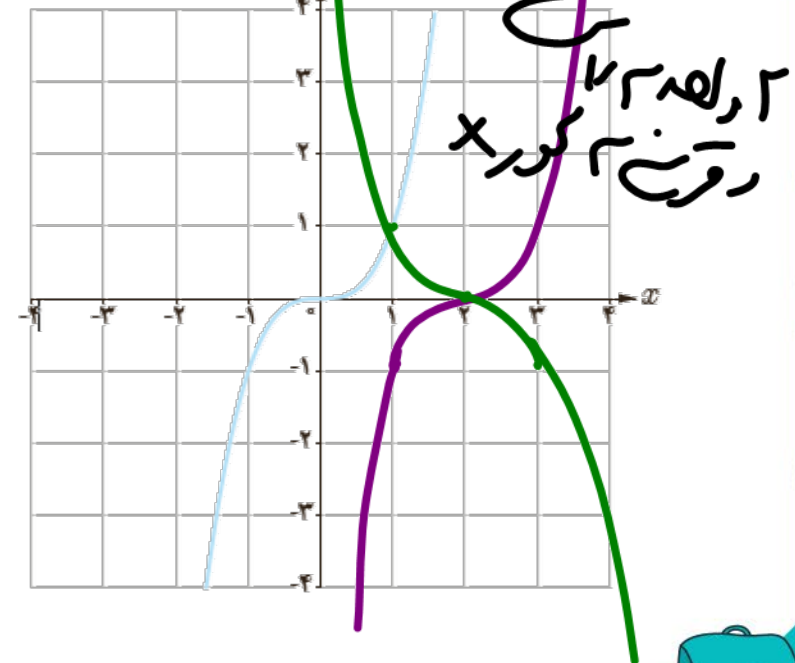
قرینه به محور  $x$   
 الف)  $y = -x^3 - 2$



ب)  $y = (x + 2)^3$   
 ۲ واحد به چپ



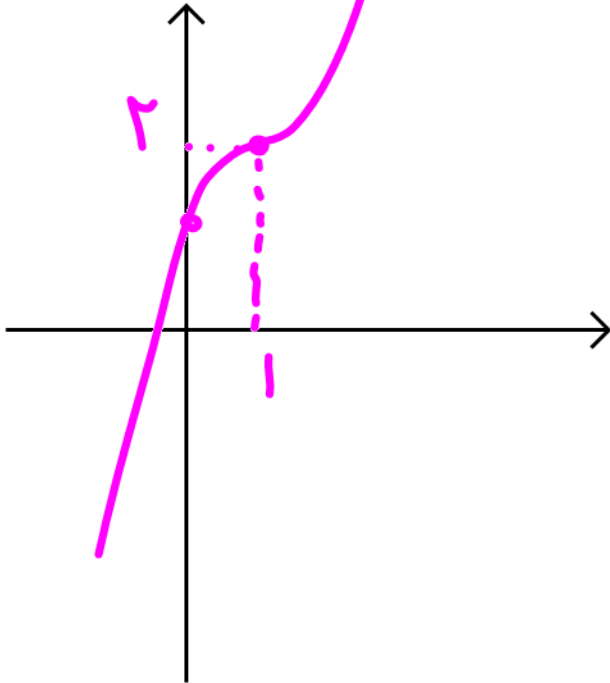
پ)  $y = -(x - 2)^3$   
 ۲ واحد به راست  
 قرینه به محور  $x$



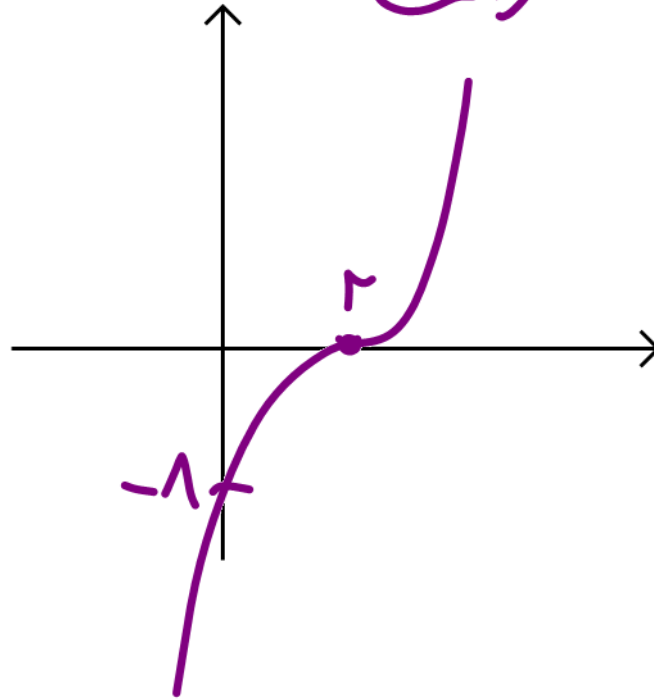
مجموعه سوالات  
 ریاضی  
 پایه دهم  
 فصل اول  
 توان و ریشه  
 فصل دوم  
 تابع  
 فصل سوم  
 هندسه  
 فصل چهارم  
 آمار و احتمال  
 فصل پنجم  
 معادله و نامعادله  
 فصل ششم  
 هندسه  
 فصل هفتم  
 هندسه  
 فصل هشتم  
 هندسه  
 فصل نهم  
 هندسه  
 فصل دهم  
 هندسه

به کمک نمودار تابع  $y = x^3$ ، ضابطه هر تابع را به نمودار آن نظیر کنید.

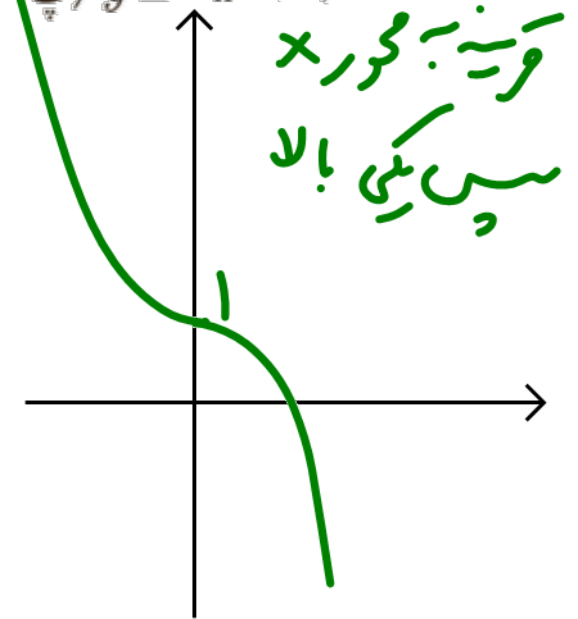
الف)  $y = (x-1)^3 + 2$



ب)  $y = (x-2)^3$



پ)  $y = -x^3 + 1$

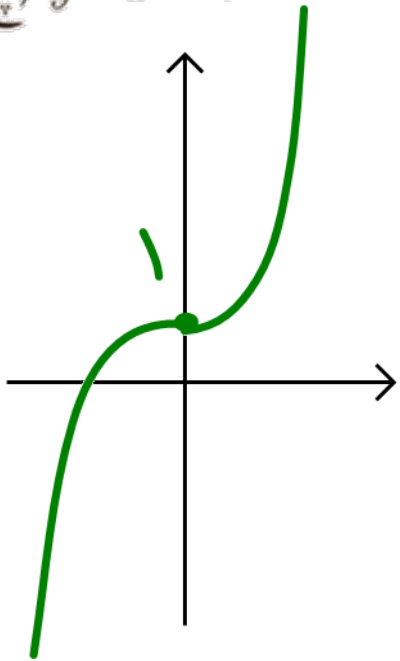


المنهج العربي

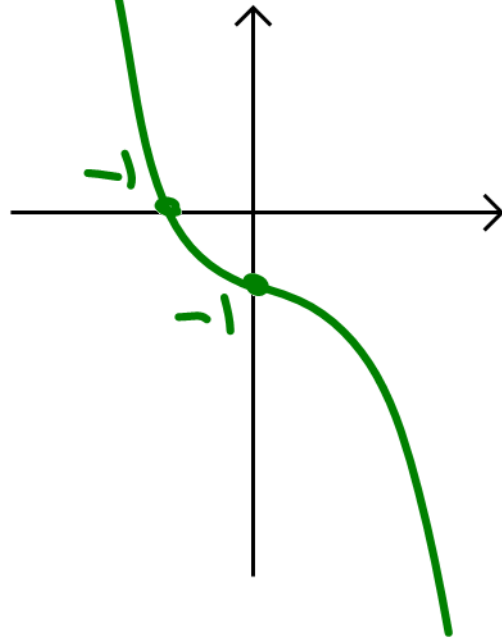


به کمک نمودار تابع  $y = x^3$ ، ضابطه هر تابع را به نمودار آن نظیر کنید.

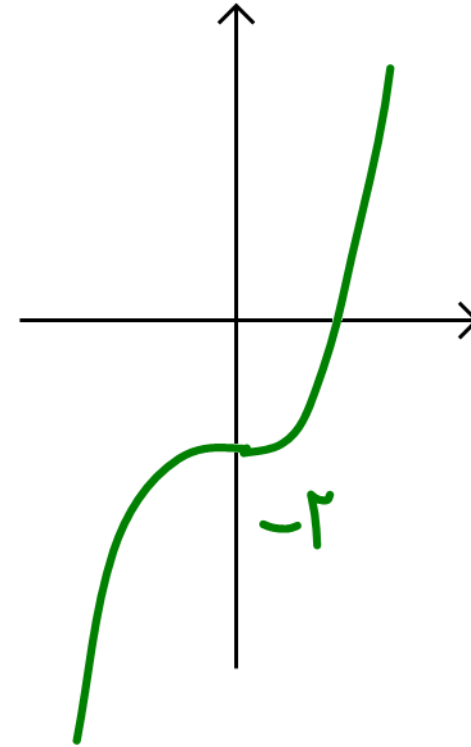
ج)  $y = x^3 + 1$



ح)  $y = -x^3 - 1$



خ)  $y = x^3 - 2$



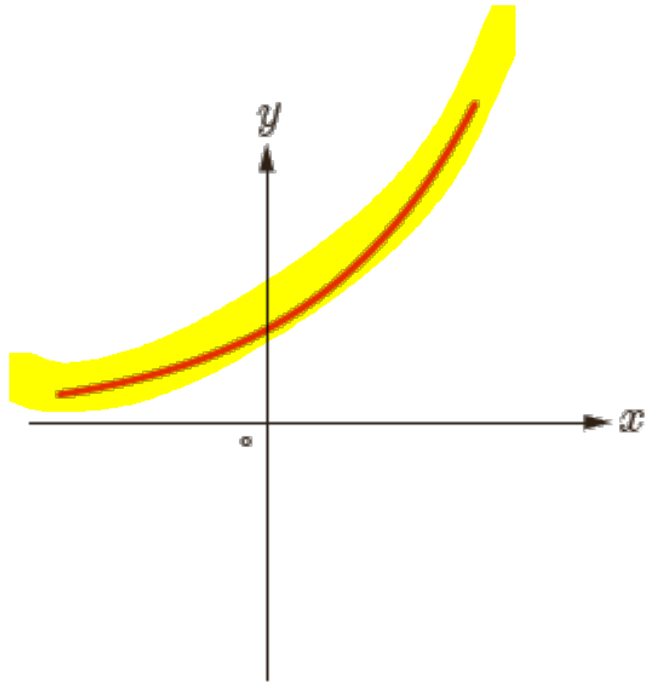
الف (x)   
 2   
 1   
 0   
 -1   
 -2   
 -3   
 -4   
 -5   
 -6   
 -7   
 -8   
 -9   
 -10   
 -11   
 -12   
 -13   
 -14   
 -15   
 -16   
 -17   
 -18   
 -19   
 -20   
 -21   
 -22   
 -23   
 -24   
 -25   
 -26   
 -27   
 -28   
 -29   
 -30   
 -31   
 -32   
 -33   
 -34   
 -35   
 -36   
 -37   
 -38   
 -39   
 -40   
 -41   
 -42   
 -43   
 -44   
 -45   
 -46   
 -47   
 -48   
 -49   
 -50   
 -51   
 -52   
 -53   
 -54   
 -55   
 -56   
 -57   
 -58   
 -59   
 -60   
 -61   
 -62   
 -63   
 -64   
 -65   
 -66   
 -67   
 -68   
 -69   
 -70   
 -71   
 -72   
 -73   
 -74   
 -75   
 -76   
 -77   
 -78   
 -79   
 -80   
 -81   
 -82   
 -83   
 -84   
 -85   
 -86   
 -87   
 -88   
 -89   
 -90   
 -91   
 -92   
 -93   
 -94   
 -95   
 -96   
 -97   
 -98   
 -99   
 -100



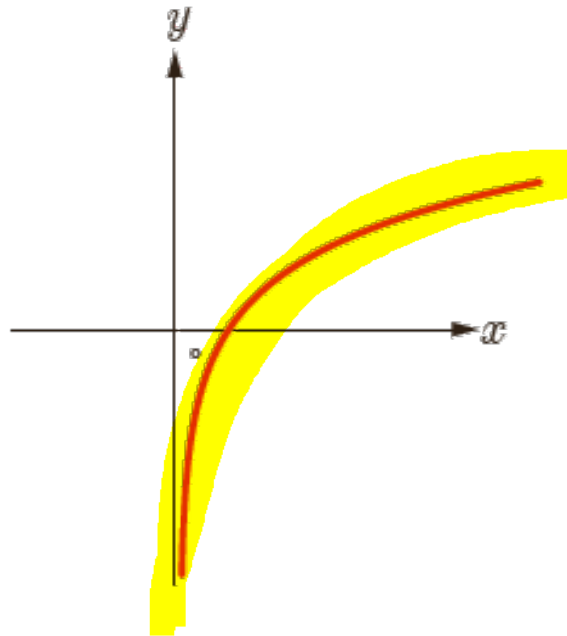
بازهٔ یکینوایی  $I \subseteq D_f$  مثل شکل صحیح نیست

کار در کلاس

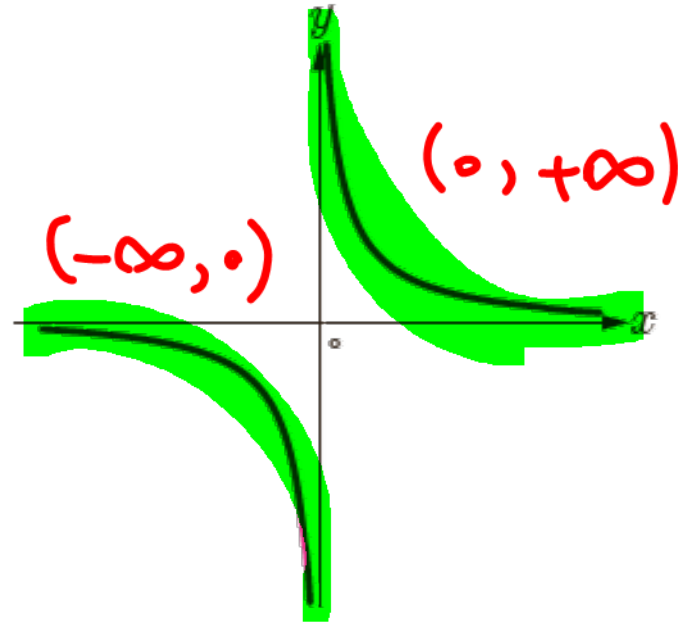
هر کدام از توابع زیر در چه بازه‌هایی اکیداً صعودی و در چه بازه‌هایی اکیداً نزولی هستند؟



(ا)



(ب)

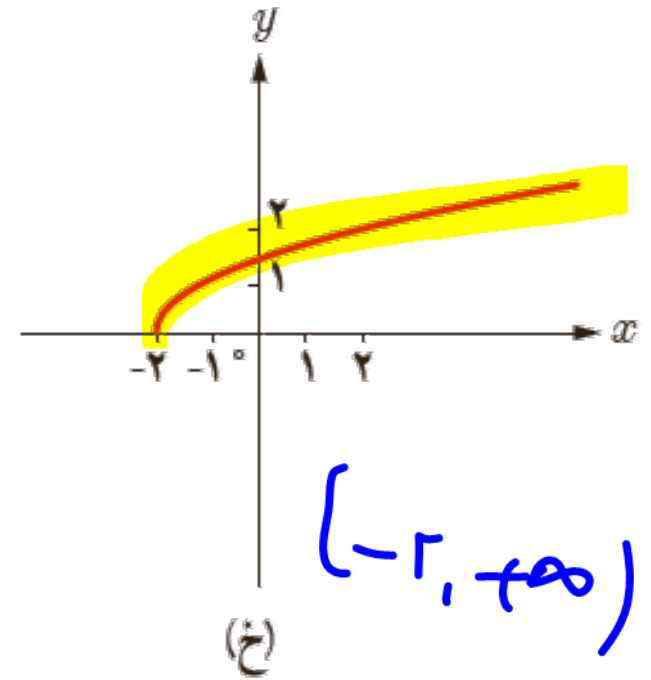
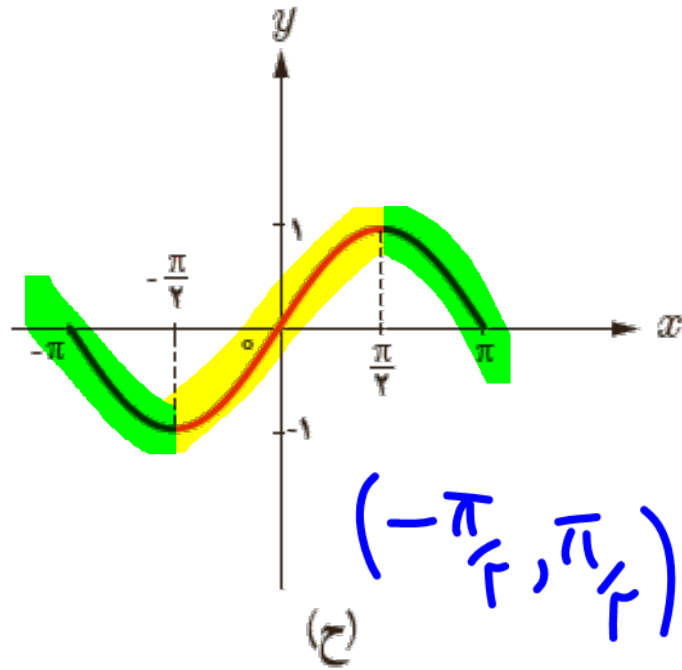
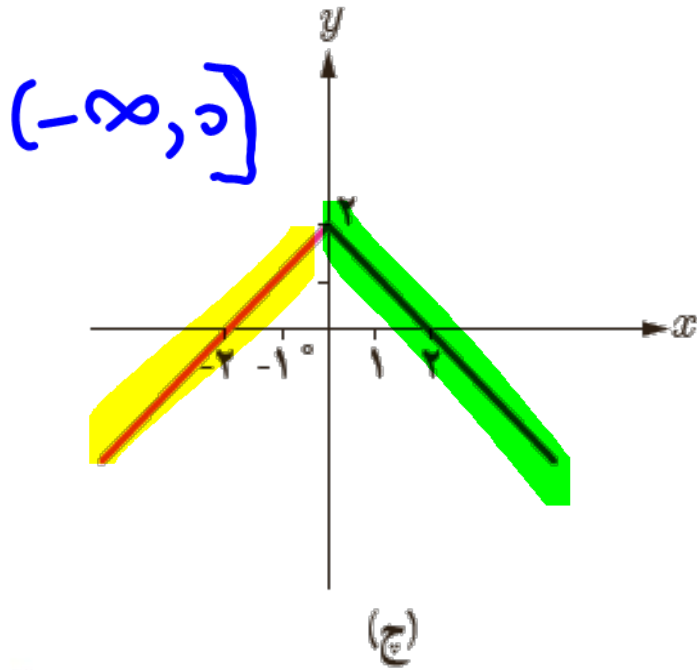


(ج)



المنهج العربي

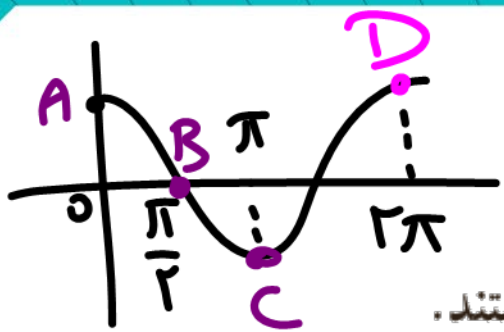
هر کدام از توابع زیر در چه بازه‌هایی اکیداً صعودی و در چه بازه‌هایی اکیداً نزولی هستند؟



مجموعه‌های مختلف ریاضیاتی شامل دایره، مثلث، و خطوط هندسی در یک ستون عمودی در سمت راست تصویر قرار دارند.



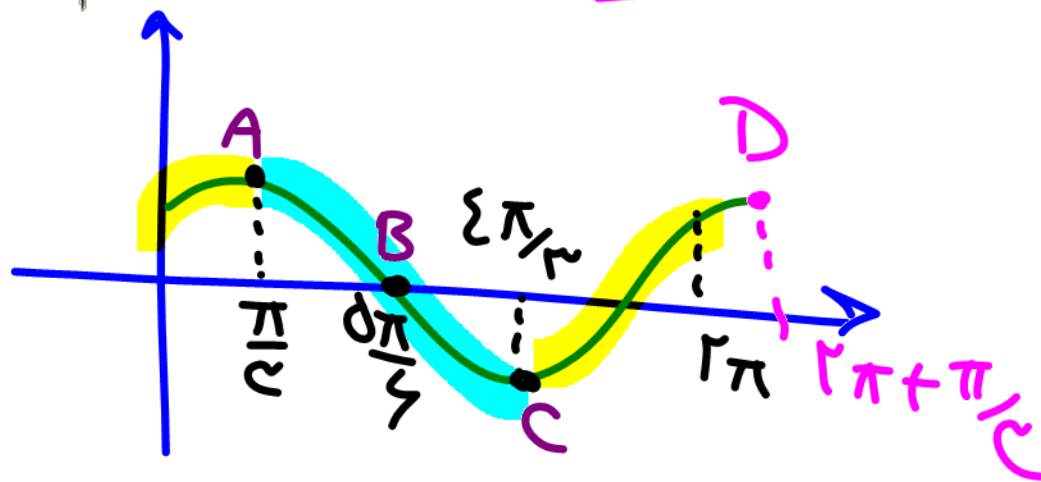




نمودار توابع زیر را رسم کنید و مشخص کنید در چه بازه‌هایی صعودی و در چه بازه‌هایی نزولی هستند.

الف)  $f(x) = \cos(x - \frac{\pi}{3})$

$D_f = [0, 2\pi]$



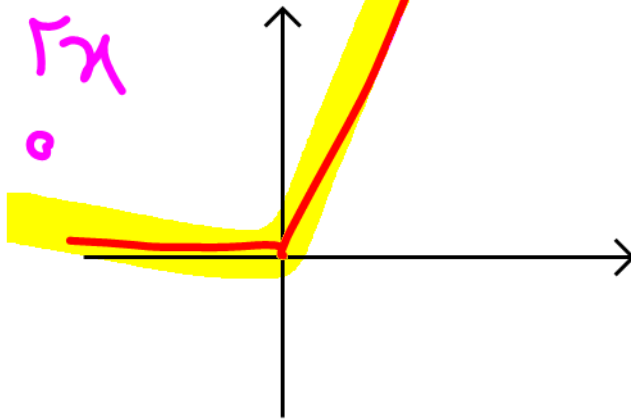
مجموعه سؤالات و پاسخ‌های امتحان نهایی ریاضی ۱

بر بازه‌های صعودی و نزولی در  $\mathbb{R}$  صعودی و نزولی هستند.

نمودار توابع زیر را رسم کنید و مشخص کنید در چه بازه‌هایی صعودی و در چه بازه‌هایی نزولی هستند.

ب)  $g(x) = x + |x|$

$$\begin{cases} x \geq 0: 2x \\ x < 0: 0 \end{cases}$$

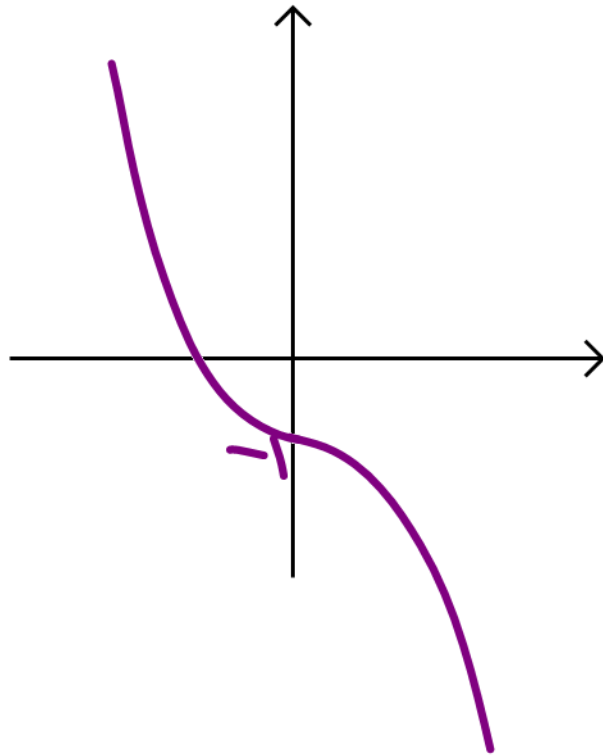


الکثر  
العدد  
المنطق  
الهندسة  
الفيزياء  
الكيمياء  
البيولوجيا  
الاجتماعيات  
العلوم  
الرياضيات

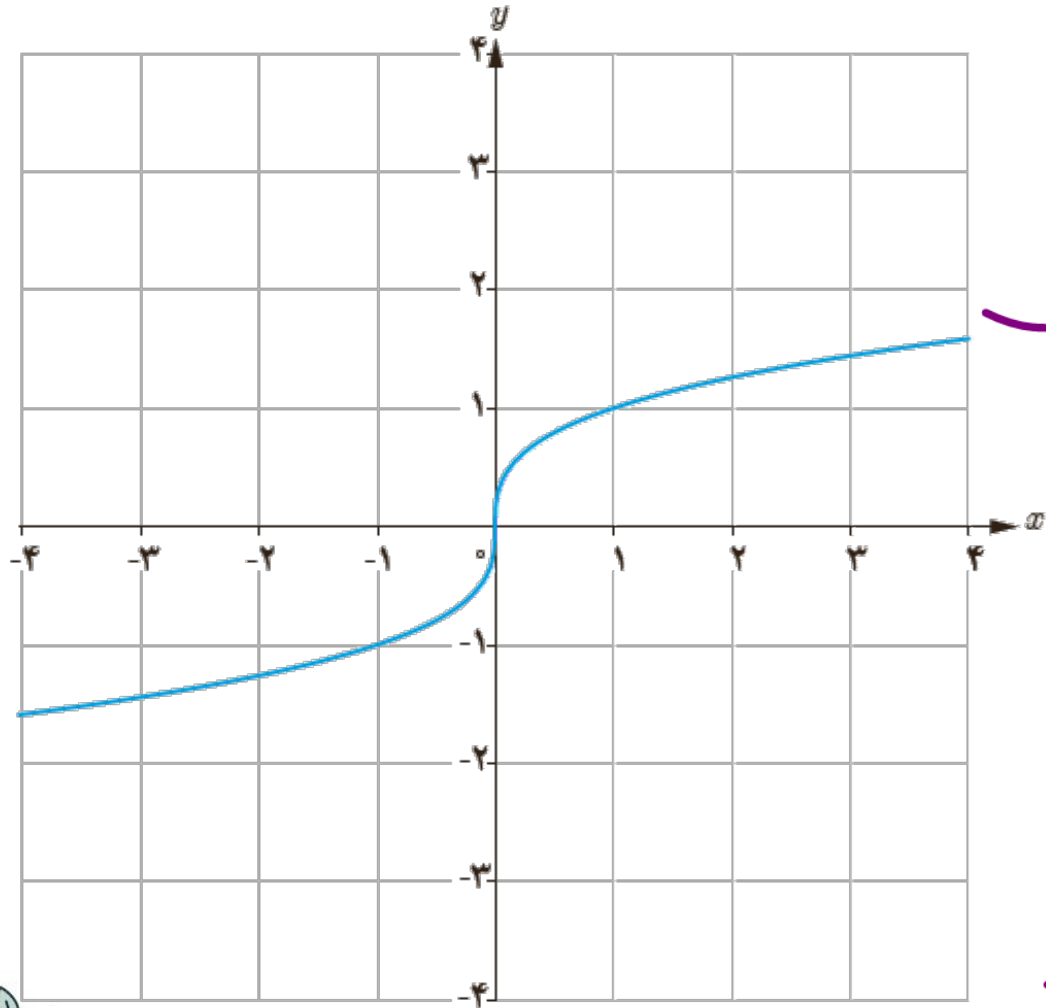
نمودار توابع زیر را رسم کنید و مشخص کنید در چه بازه‌هایی صعودی و در چه بازه‌هایی نزولی هستند.

پ)  $t(x) = -x^3 - 1$

بر  $\mathbb{R}$  اکسپانزنی



الکسپانزنی  
ف(x)  
2  
+1  
1  
2  
3  
4  
5  
6  
7  
8  
9  
10  
11  
12  
13  
14  
15  
16  
17  
18  
19  
20  
21  
22  
23  
24  
25  
26  
27  
28  
29  
30  
31  
32  
33  
34  
35  
36  
37  
38  
39  
40  
41  
42  
43  
44  
45  
46  
47  
48  
49  
50  
51  
52  
53  
54  
55  
56  
57  
58  
59  
60  
61  
62  
63  
64  
65  
66  
67  
68  
69  
70  
71  
72  
73  
74  
75  
76  
77  
78  
79  
80  
81  
82  
83  
84  
85  
86  
87  
88  
89  
90  
91  
92  
93  
94  
95  
96  
97  
98  
99  
100



به نمودار تابع روبه‌رو دقت کنید.

الف) این تابع اکیداً صعودی است یا اکیداً نزولی؟ *اکیداً صعودی*

ب) این تابع یک به یک است؟ *بله*

پ) آیا تابعی وجود دارد که اکیداً صعودی یا اکیداً نزولی باشد ولی یک به یک نباشد؟ *نه*

*تابع اکیداً یک‌به‌یک است*

*اکیداً صعودی*

*نه*



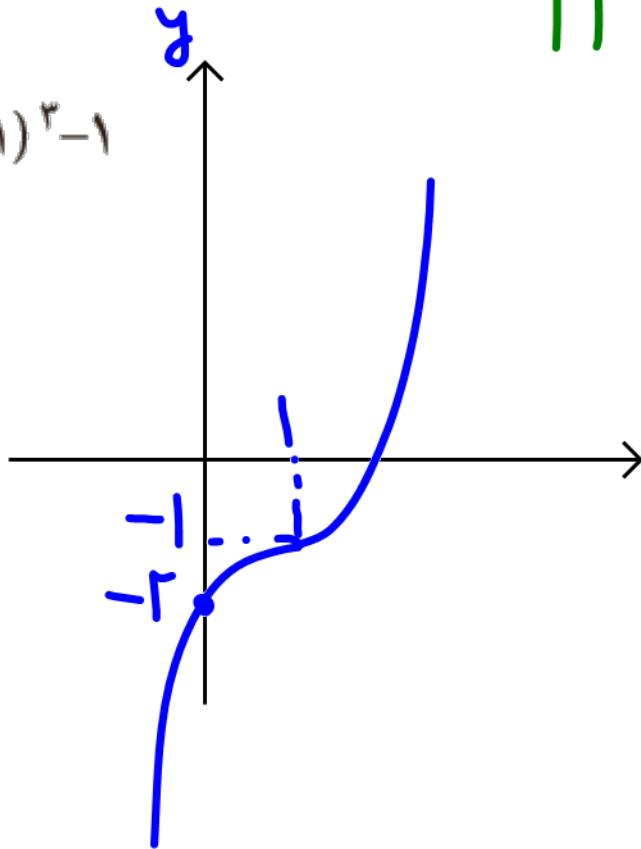
ف(خ)  
۲  
۱  
۰  
-۱  
-۲  
-۳  
-۴  
۴  
۳  
۲  
۱  
۰  
-۱  
-۲  
-۳  
-۴

$$y = a(x - \alpha)^3 + \beta$$

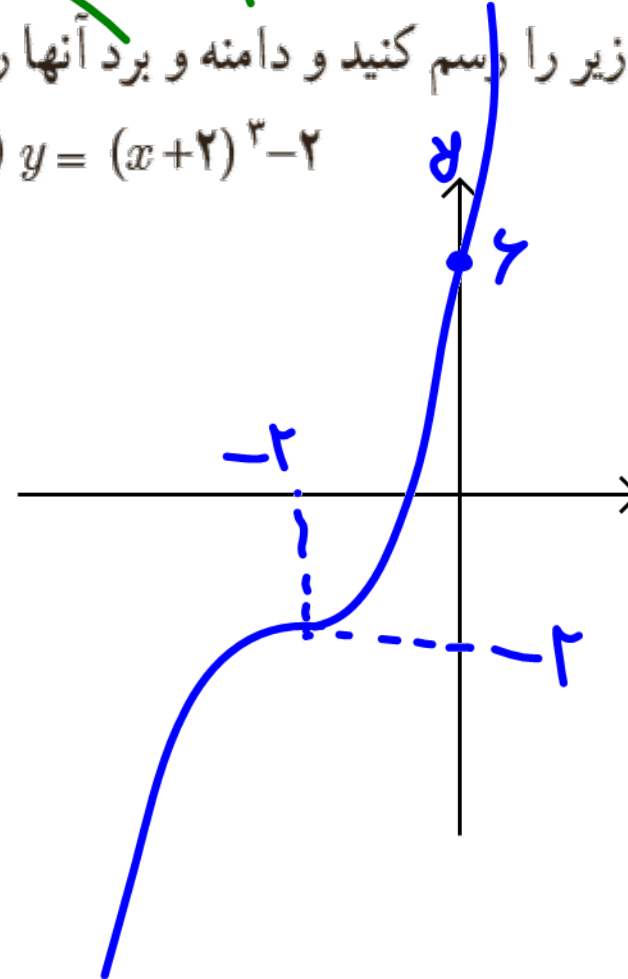
$\mathbb{R}$

۱ نمودار توابع زیر را رسم کنید و دامنه و برد آنها را مشخص نمایید.

الف)  $y = (x - 1)^3 - 1$



ب)  $y = (x + 2)^3 - 2$



الکاف  
2  
ف  
+  
1  
+  
2  
3  
4  
5  
6  
7  
8  
9  
10  
11  
12  
13  
14  
15  
16  
17  
18  
19  
20  
21  
22  
23  
24  
25  
26  
27  
28  
29  
30  
31  
32  
33  
34  
35  
36  
37  
38  
39  
40  
41  
42  
43  
44  
45  
46  
47  
48  
49  
50  
51  
52  
53  
54  
55  
56  
57  
58  
59  
60  
61  
62  
63  
64  
65  
66  
67  
68  
69  
70  
71  
72  
73  
74  
75  
76  
77  
78  
79  
80  
81  
82  
83  
84  
85  
86  
87  
88  
89  
90  
91  
92  
93  
94  
95  
96  
97  
98  
99  
100

$$x \mid -4 \quad -2$$


---


$$y \mid 5 \quad 3$$

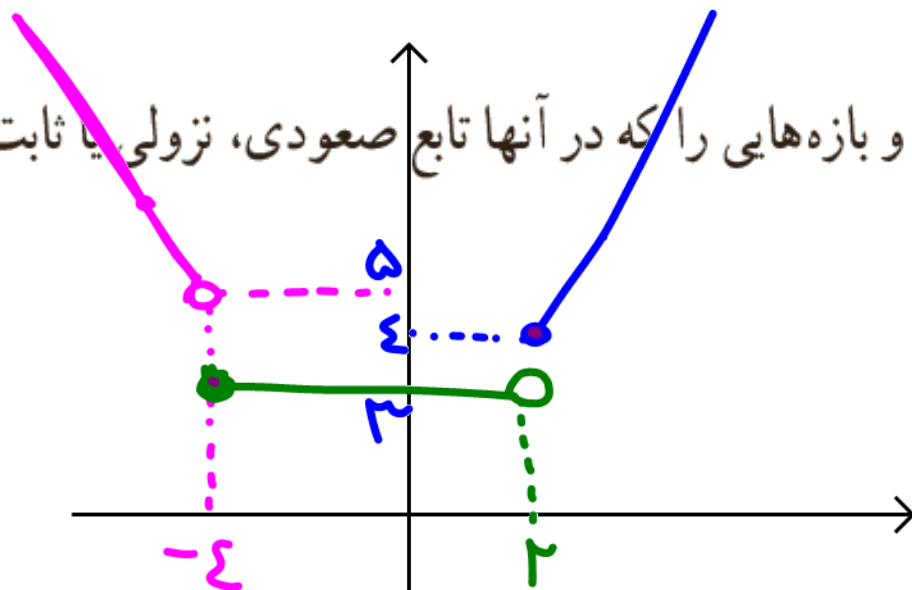
۲ نمودار تابع زیر را رسم کنید و بازه‌هایی را که در آنها تابع صعودی، نزولی یا ثابت است، مشخص کنید.

$$f(x) = \begin{cases} -2x - 3 & x < -4 \\ 3 & -4 \leq x < 2 \\ 3x - 2 & x \geq 2 \end{cases}$$

$$x \mid 2 \quad 2$$


---


$$y \mid 4 \quad 4$$



نقطه:  $(-4, 2)$   
 صعودی:  $[-4, +\infty)$   
 اکبر صعودی:  $[2, +\infty)$

اکبر نزولی:  $(-\infty, -4]$   
 نزولی:  $(-\infty, 2)$



۳ با استفاده از نمودار تابع زیر مشخص کنید این تابع در چه بازه‌هایی

صعودی، نزولی یا ثابت است؟

[۲، ۶]

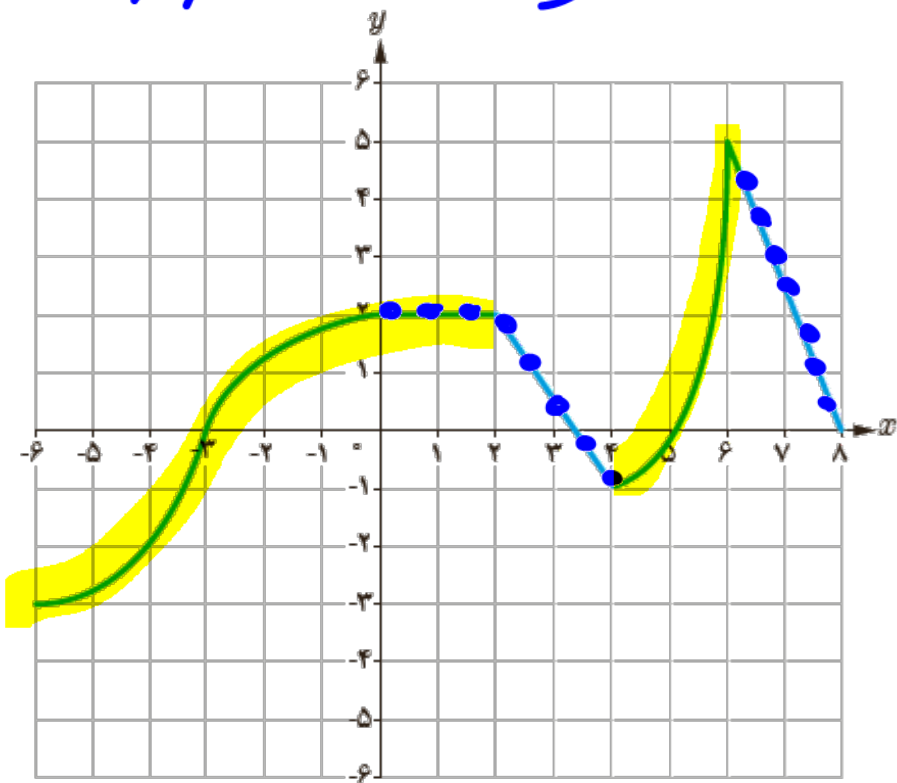
[۰، ۴] : نزولی

[۲، ۴] : اکتی‌اصغوری

اکتی‌اصغوری : (۴، ۶)

نزولی اکتی : (۶، ۸)

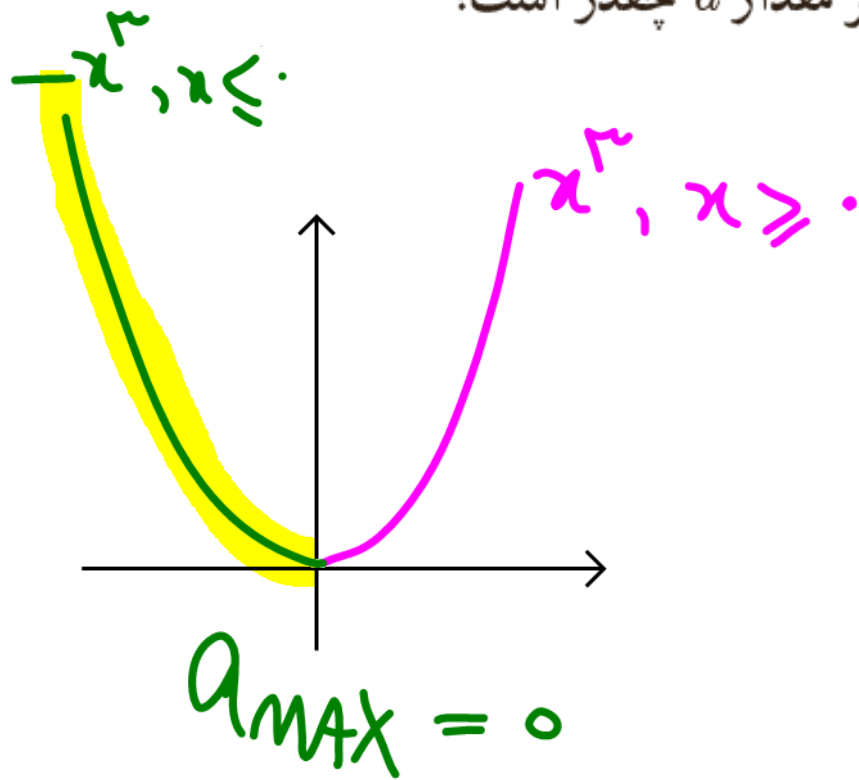
ص:  $(-\infty, 2)$   
اکتی‌اصغوری:  $(6, \infty)$



فصل ۲  
تابع  
صعودی  
نزولی  
ثابت  
اکتی‌اصغوری  
اکتی‌اصغوری



۵ تابع  $y = x^2|x|$  در بازه  $(-\infty, a]$  نزولی است، حداکثر مقدار  $a$  چقدر است؟



۶ تابعی مثال بزنید که در دامنه خود اکیداً صعودی و تابعی مثال بزنید که در دامنه خود اکیداً نزولی باشد.

$$y = -2x$$

$$y = 2x$$

مجموعه  
فصل  
۲  
۱  
۲  
۳  
۴  
۵  
۶  
۷  
۸  
۹  
۱۰  
۱۱  
۱۲  
۱۳  
۱۴  
۱۵  
۱۶  
۱۷  
۱۸  
۱۹  
۲۰  
۲۱  
۲۲  
۲۳  
۲۴  
۲۵  
۲۶  
۲۷  
۲۸  
۲۹  
۳۰  
۳۱  
۳۲  
۳۳  
۳۴  
۳۵  
۳۶  
۳۷  
۳۸  
۳۹  
۴۰  
۴۱  
۴۲  
۴۳  
۴۴  
۴۵  
۴۶  
۴۷  
۴۸  
۴۹  
۵۰  
۵۱  
۵۲  
۵۳  
۵۴  
۵۵  
۵۶  
۵۷  
۵۸  
۵۹  
۶۰  
۶۱  
۶۲  
۶۳  
۶۴  
۶۵  
۶۶  
۶۷  
۶۸  
۶۹  
۷۰  
۷۱  
۷۲  
۷۳  
۷۴  
۷۵  
۷۶  
۷۷  
۷۸  
۷۹  
۸۰  
۸۱  
۸۲  
۸۳  
۸۴  
۸۵  
۸۶  
۸۷  
۸۸  
۸۹  
۹۰  
۹۱  
۹۲  
۹۳  
۹۴  
۹۵  
۹۶  
۹۷  
۹۸  
۹۹  
۱۰۰





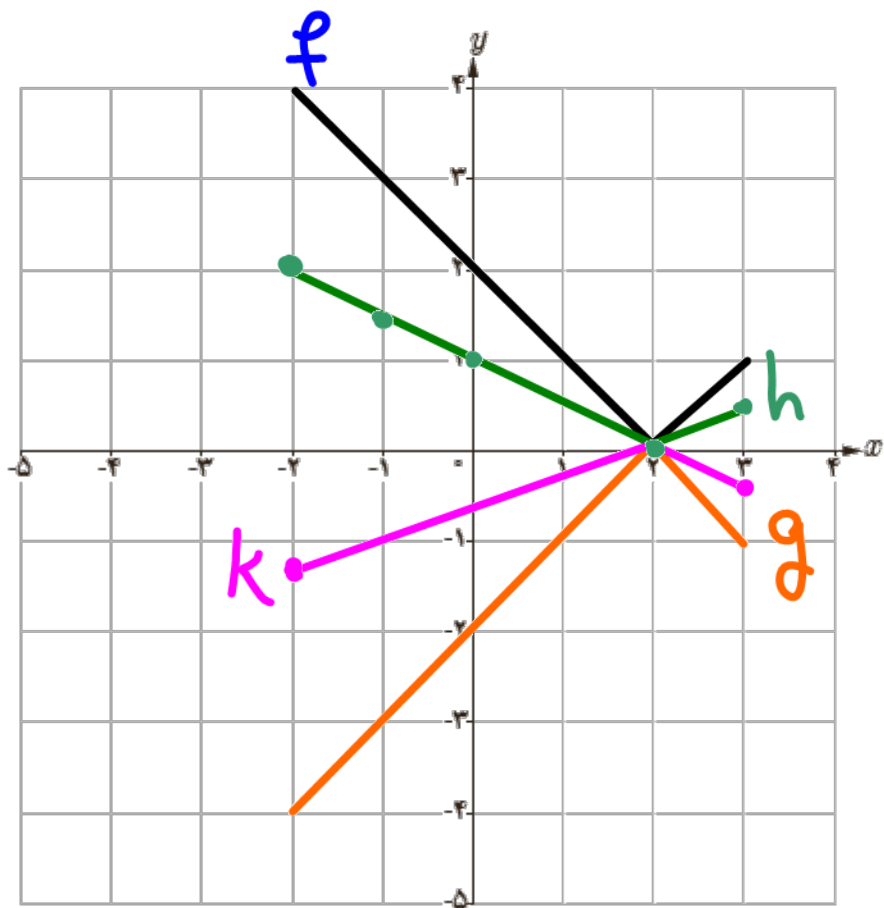
اگر  $f(x) = \frac{2}{x-1}$  و  $g(x) = \frac{3}{x}$ ، دامنه و ضابطه توابع  $f \circ g$  و  $f \circ f$  را به دست آورید.



الکثره  
المتوسط  
الاحتمال  
الهندسة  
الرياضيات  
الفيزياء  
الكيمياء  
البيولوجيا  
الاجتماعيات  
اللغويات  
التاريخ  
الجغرافيا  
الفن  
العلوم  
الرياضيات  
الفيزياء  
الكيمياء  
البيولوجيا  
الاجتماعيات  
اللغويات  
التاريخ  
الجغرافيا  
الفن  
العلوم

نمودار تابع  $f(x) = |x - 2|$  را در بازه  $[-2, 3]$  رسم کنید و به کمک آن نمودار توابع

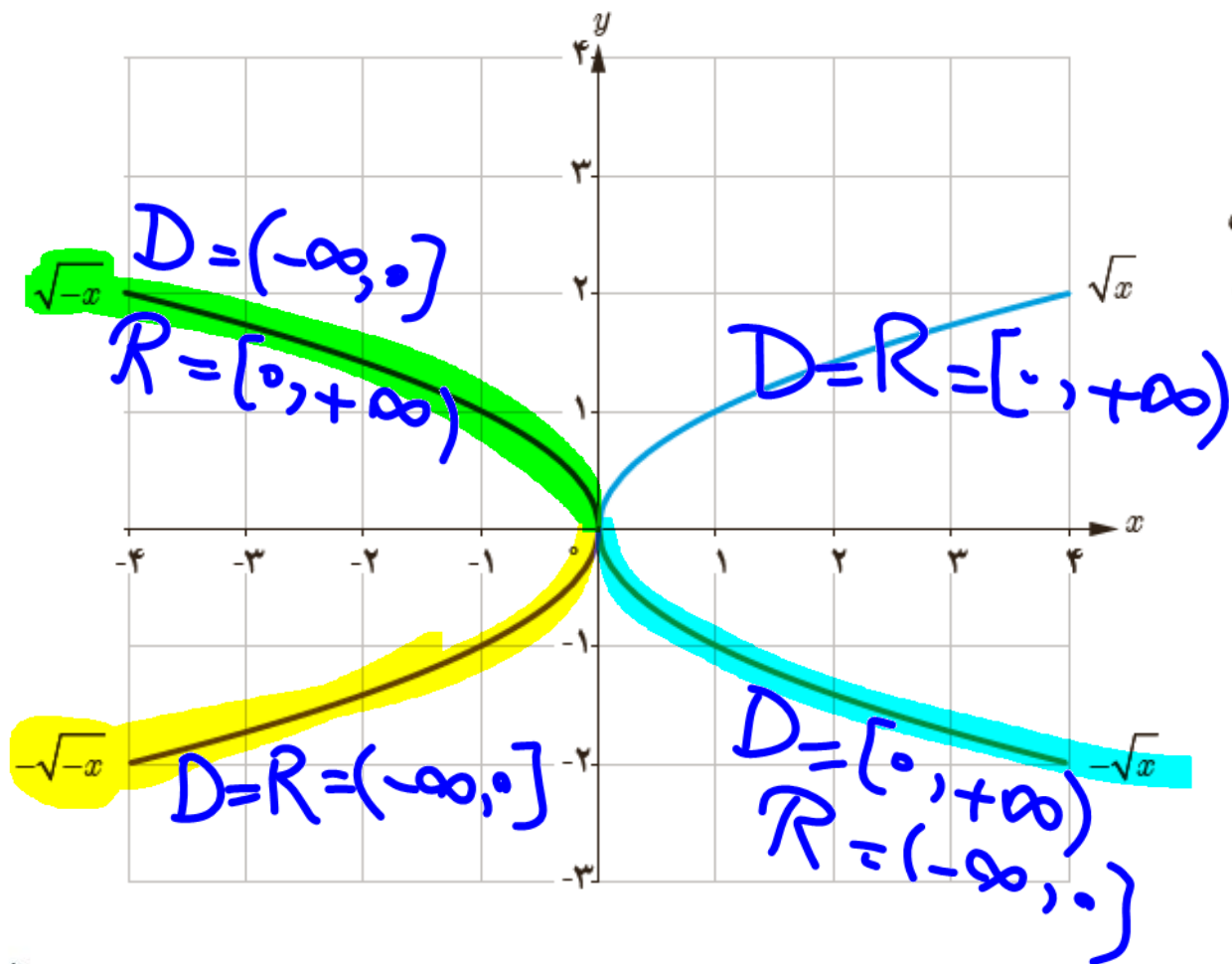
$g(x) = -|x - 2|$  و  $h(x) = \frac{1}{2}|x - 2|$  و  $k(x) = -\frac{1}{3}|2 - x|$  را رسم کنید.



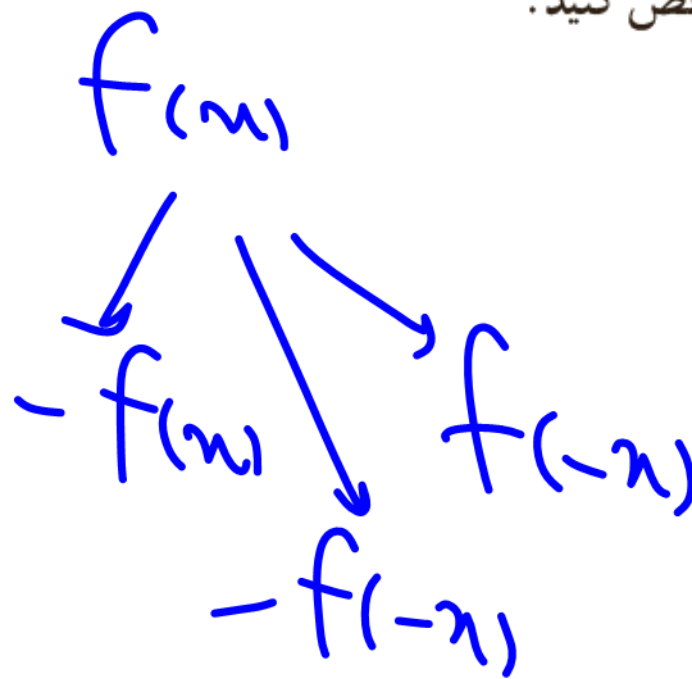
$$f(x) \rightarrow af(x) \quad a > 1$$



فصل ۲  
توابع  
الخطی  
العربیة



نمودار توابع  $y = \sqrt{-x}$  و  $y = -\sqrt{-x}$  و  $y = \sqrt{x}$  به کمک نمودار تابع  $y = \sqrt{x}$  رسم شده است. دامنه و برد توابع فوق را مشخص کنید.



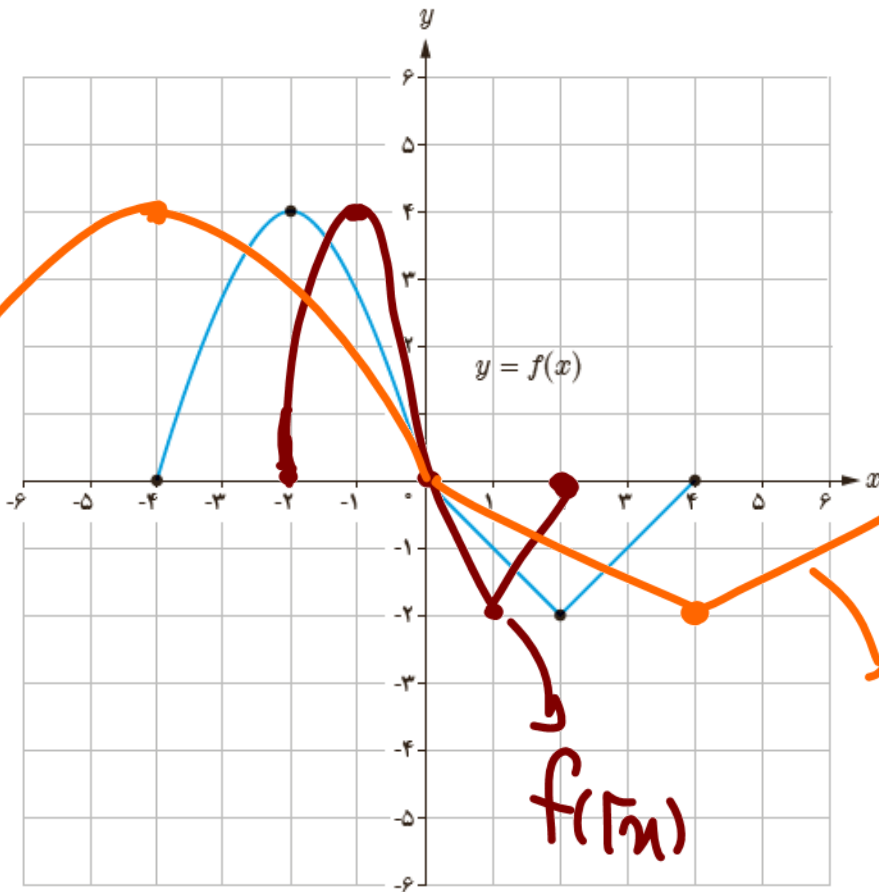
مجموعه سوال و جواب امتحان نهایی ریاضی پایه دهم

نمودار تابع  $f$  با دامنه  $[-4, 4]$  به صورت زیر داده شده است، می خواهیم با استفاده از آن نمودار توابع  $y=f(2x)$  و  $y=f(\frac{1}{2}x)$  را رسم کنیم.

$x$	$f(x)$
-4	0
-2	4
0	0
2	-2
4	0

طول ها

کمانها



$f(2x)$

$f(\frac{1}{2}x)$



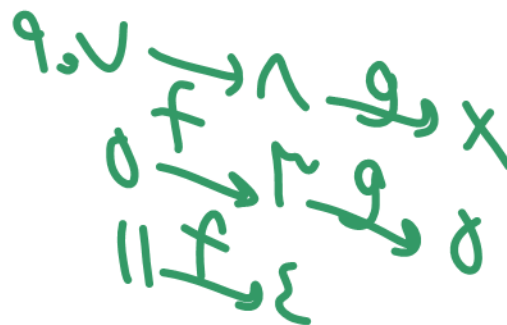
مجموعه  
فصل  
2  
مجموعه  
فصل  
3  
مجموعه  
فصل  
4  
مجموعه  
فصل  
5  
مجموعه  
فصل  
6  
مجموعه  
فصل  
7  
مجموعه  
فصل  
8  
مجموعه  
فصل  
9  
مجموعه  
فصل  
10  
مجموعه  
فصل  
11  
مجموعه  
فصل  
12  
مجموعه  
فصل  
13  
مجموعه  
فصل  
14  
مجموعه  
فصل  
15  
مجموعه  
فصل  
16  
مجموعه  
فصل  
17  
مجموعه  
فصل  
18  
مجموعه  
فصل  
19  
مجموعه  
فصل  
20  
مجموعه  
فصل  
21  
مجموعه  
فصل  
22  
مجموعه  
فصل  
23  
مجموعه  
فصل  
24  
مجموعه  
فصل  
25  
مجموعه  
فصل  
26  
مجموعه  
فصل  
27  
مجموعه  
فصل  
28  
مجموعه  
فصل  
29  
مجموعه  
فصل  
30  
مجموعه  
فصل  
31  
مجموعه  
فصل  
32  
مجموعه  
فصل  
33  
مجموعه  
فصل  
34  
مجموعه  
فصل  
35  
مجموعه  
فصل  
36  
مجموعه  
فصل  
37  
مجموعه  
فصل  
38  
مجموعه  
فصل  
39  
مجموعه  
فصل  
40  
مجموعه  
فصل  
41  
مجموعه  
فصل  
42  
مجموعه  
فصل  
43  
مجموعه  
فصل  
44  
مجموعه  
فصل  
45  
مجموعه  
فصل  
46  
مجموعه  
فصل  
47  
مجموعه  
فصل  
48  
مجموعه  
فصل  
49  
مجموعه  
فصل  
50  
مجموعه  
فصل  
51  
مجموعه  
فصل  
52  
مجموعه  
فصل  
53  
مجموعه  
فصل  
54  
مجموعه  
فصل  
55  
مجموعه  
فصل  
56  
مجموعه  
فصل  
57  
مجموعه  
فصل  
58  
مجموعه  
فصل  
59  
مجموعه  
فصل  
60  
مجموعه  
فصل  
61  
مجموعه  
فصل  
62  
مجموعه  
فصل  
63  
مجموعه  
فصل  
64  
مجموعه  
فصل  
65  
مجموعه  
فصل  
66  
مجموعه  
فصل  
67  
مجموعه  
فصل  
68  
مجموعه  
فصل  
69  
مجموعه  
فصل  
70  
مجموعه  
فصل  
71  
مجموعه  
فصل  
72  
مجموعه  
فصل  
73  
مجموعه  
فصل  
74  
مجموعه  
فصل  
75  
مجموعه  
فصل  
76  
مجموعه  
فصل  
77  
مجموعه  
فصل  
78  
مجموعه  
فصل  
79  
مجموعه  
فصل  
80  
مجموعه  
فصل  
81  
مجموعه  
فصل  
82  
مجموعه  
فصل  
83  
مجموعه  
فصل  
84  
مجموعه  
فصل  
85  
مجموعه  
فصل  
86  
مجموعه  
فصل  
87  
مجموعه  
فصل  
88  
مجموعه  
فصل  
89  
مجموعه  
فصل  
90  
مجموعه  
فصل  
91  
مجموعه  
فصل  
92  
مجموعه  
فصل  
93  
مجموعه  
فصل  
94  
مجموعه  
فصل  
95  
مجموعه  
فصل  
96  
مجموعه  
فصل  
97  
مجموعه  
فصل  
98  
مجموعه  
فصل  
99  
مجموعه  
فصل  
100  
مجموعه  
فصل



۱ اگر  $f = \{(7, 8), (5, 3), (9, 8), (11, 4)\}$  و  $g = \{(5, 7), (3, 5), (7, 9), (9, 11)\}$ ، توابع  $f \circ g$  و  $g \circ f$  را به دست آورید.

$$f \circ g(x) = f(g(x)) = \{(5, 8), (7, 3), (9, 8), (11, 4)\}$$

$$g \circ f(x) = g(f(x)) = \{(5, 5)\}$$



۲ در هر قسمت موارد خواسته شده را در صورت امکان به دست آورید.  
 $D_f = \mathbb{R}$      $D_g = [-6, +\infty)$   
 الف)  $f(x) = x^2 - 5$  ;  $g(x) = \sqrt{x+6}$  :  $D_{f \circ g}, (f \circ g)(x)$

$$\begin{aligned} D_{f \circ g} &= \{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\} \\ &= \{x \geq -6 \mid \sqrt{x+6} \in \mathbb{R}\} \\ &= \{x \geq -6\} \\ &= [-6, +\infty) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f \circ g(x) &= f(g(x)) \\ &= (\sqrt{x+6})^2 - 5 \\ &= x+6 - 5 \\ &= x+1 \end{aligned}$$



۲ در هر قسمت موارد خواسته شده را در صورت امکان به دست آورید.

$$D_f: x \leq \frac{3}{2} \quad D_g: x \neq \frac{5}{3}$$

ب)  $f(x) = \sqrt{3-2x}$  ;  $g(x) = \frac{6}{3x-5}$  :  $D_{f \circ g}, (f \circ g)(x)$

$$D_{f \circ g} = \left\{ x \in D_g \mid g(x) \in D_f \right\}$$

$$= \left\{ x \neq \frac{5}{3} \mid \frac{6}{3x-5} \leq \frac{3}{2} \right\}$$

$\frac{5}{3} > x$     $x \geq \frac{3}{2}$

$$\frac{6}{3x-5} - \frac{3}{2} \leq 0$$

$$\frac{12-9x+10}{2(3x-5)} \geq \frac{27-9x}{2(3x-5)} \leq 0$$

$$= (-\infty, \frac{5}{3}) \cup [\frac{3}{2}, +\infty)$$

**NO**  $\mathbb{R} - [\frac{3}{2}, \frac{5}{3})$



۲ در هر قسمت موارد خواسته شده را در صورت امکان به دست آورید.

$$D_f: x \geq -2 \quad D_g: x \geq 2 \text{ یا } x \leq -2$$

پ)  $f(x) = \sqrt{x+2}$  ;  $g(x) = \sqrt{x^2 - 16}$  :  $D_{g \circ f}, (g \circ f)(x)$

$$g \circ f(x) = g(f(x))$$

$$= \sqrt{(\sqrt{x+2})^2 - 16}$$

$$= \sqrt{x - 14}$$

$$D_{g \circ f} = \{x \in D_f \mid f(x) \in D_g\}$$

$$= \left\{ x \geq -2 \mid \begin{array}{l} \sqrt{x+2} \geq 2 \text{ یا } \sqrt{x+2} \leq -2 \\ \downarrow \\ x+2 \geq 16 \\ x \geq 14 \end{array} \right\} = [14, +\infty)$$



مجموعه سوالات امتحان نهایی ریاضی پایه دهم

۳ اگر  $f(x) = 3x - 4$  و  $f(g(x)) = 3x^2 - 6x + 14$  ضابطه تابع  $g(x)$  را به دست آورید.

$$f(g(x)) = 3(g(x)) - 4 = 3x^2 - 6x + 14$$

$$\Rightarrow 3g(x) = 3x^2 - 6x + 18$$

$$\Rightarrow g(x) = x^2 - 2x + 6$$



العربية

~~$f(g(5)) = f(2) = \sqrt{2} = 1.41$~~ 

F

 ~~$f(g(5)) = f(2) = \sqrt{2} = 1.41$~~ 

۴ مشخص کنید کدام یک از جملات زیر درست و کدام یک نادرست است؟

الف) اگر  $f(x) = x^2 - 4$  و  $g(x) = \sqrt{x^2 - 4}$ ؛ آنگاه  $(f \circ g)(5) = -25$  غ

ب) برای دو تابع  $f$  و  $g$  که  $f \neq g$  تساوی  $(f \circ g)(x) = (g \circ f)(x)$  هیچ وقت برقرار نیست.

پ) اگر  $f(7) = 5$  و  $g(4) = 7$ ، آنگاه  $(f \circ g)(4) = 5$  ص

ت) اگر  $f(x) = \sqrt{x}$  و  $g(x) = 2x - 1$ ، آنگاه  $(f \circ g)(5) = g(2)$  ص

$$f(g(5)) = \sqrt{9} = 3 = 3 - 1$$



الکبریا

تمرین

$$18P - 200000 \text{ (الف)} < 18P - 160000 \text{ (ب)}$$

۵) الناز می خواهد از فروشگاه بهار یک لپ تاپ با قیمت بیش از دو میلیون تومان خریداری نماید. این فروشگاه در ماه رمضان مسابقه ای برگزار کرده و به برندگان کارت تخفیف ۲۰ درصدی داده است و الناز نیز در این مسابقه برنده شده است. همچنین این فروشگاه روزهای پنجشنبه به مشتریان خود در خریدهای بیش از یک و نیم میلیون تومان، ۲۰۰ هزار تومان تخفیف نقدی می دهد. با استفاده از تابع مرکب نشان دهید کدام یک از حالت های الف یا ب به نفع الناز است؟

الف) اول کارت تخفیف ۲۰ درصدی و بعد تخفیف نقدی را استفاده کند.

$$P \xrightarrow{\text{تخفیف}} P - 0.2P \xrightarrow{\text{نقدی}} 0.8P - 200000$$

ب) اول تخفیف نقدی را استفاده کند و بعد کارت تخفیف را ارائه دهد.

ب) اول تخفیف نقدی را استفاده کند و بعد کارت تخفیف را ارائه دهد.

$$P \xrightarrow{\text{نقدی}} P - 200000 \xrightarrow{\text{تخفیف}} 0.8(P - 200000)$$



الفبای ریاضی  
 الفبای فیزیک  
 الفبای شیمی  
 الفبای تاریخ  
 الفبای جغرافیا  
 الفبای ادبیات

۶ تابع  $h(x) = (3x^2 - 4x + 1)^5$  ترکیب کدام دو تابع زیر است؟

الف)  $f(x) = \sqrt[5]{x}$  ;  $g(x) = 3x^2 - 4x + 1$

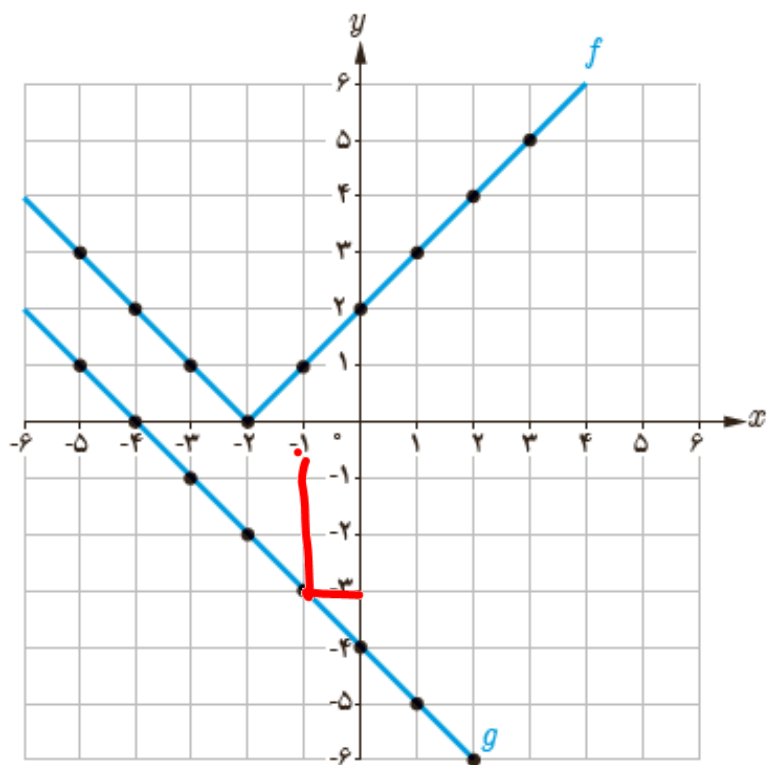
ب)  $k(x) = x^5$  ;  $l(x) = 3x^2 - 4x + 1$

$$k \circ l(x) = k(l(x)) = (3x^2 - 4x + 1)^5$$



فصل ۲  
تابع  
الگوریتم  
الکالکولر  
الکالکولر





۸ با توجه به نمودارهای توابع  $f$  و  $g$ ، مقادیر زیر را در صورت وجود بیابید.

الف)  $(f \circ g)(-1) = f(g(-1)) = f(1) = 3$

ب)  $(g \circ f)(0) = g(f(0)) = g(2) = -4$

پ)  $(f \circ g)(1) = f(g(1)) = f(-2) = 0$

ت)  $(g \circ f)(-1) = g(f(-1)) = g(0) = -2$



۹ با توجه به ضابطه‌های توابع  $f$  و  $g$ ، معادلات مورد نظر را تشکیل داده و آنها را حل کنید.

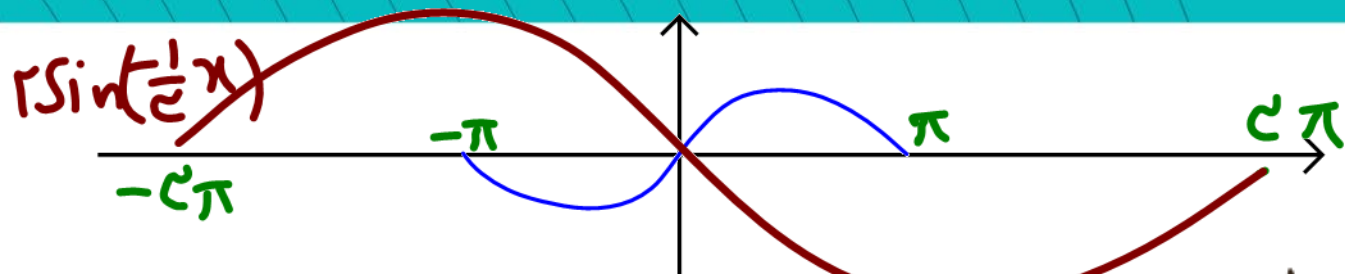
الف)  $f(x) = 2x - 5$  ،  $g(x) = x^2 - 3x + 8$  :  $(f \circ g)(x) = 7$

ب)  $f(x) = 3x^2 + x - 1$  ،  $g(x) = 1 - 2x$  :  $(g \circ f)(x) = -5$

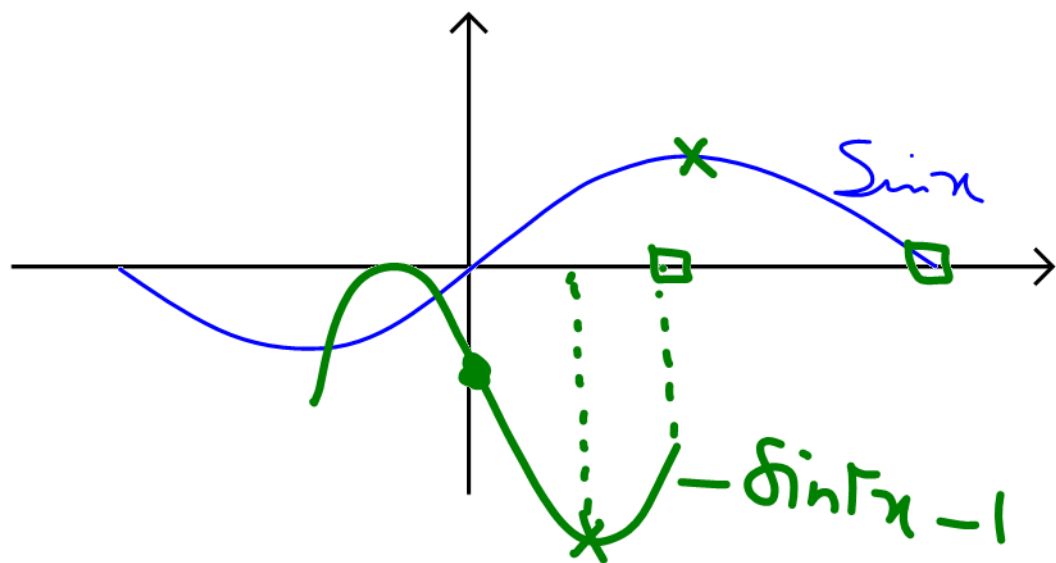
الف /  $f(g(x)) = 2(x^2 - 3x + 8) - 5 = 7 \Rightarrow 2x^2 - 6x + 16 - 5 = 7$   
 $\Rightarrow 2x^2 - 6x + 11 = 7 \Rightarrow 2x^2 - 6x + 4 = 0 \Rightarrow x = 1$   
 $x = 2$

ب /  $g(f(x)) = 1 - 2(3x^2 + x - 1) = -5$   
 $1 - 6x^2 - 2x + 2 = -5 \Rightarrow 0 = 6x^2 + 2x - 8 \Rightarrow x = 1$   
 $x = -\frac{2}{3}$





۱۱ نمودار توابع  $y = -\sin 2x - 1$  و  $y = 2 \sin\left(\frac{1}{3}x\right)$  را به کمک نمودار تابع  $y = \sin x$  در بازه  $[-\pi, \pi]$  رسم کنید.



المنهج العربي



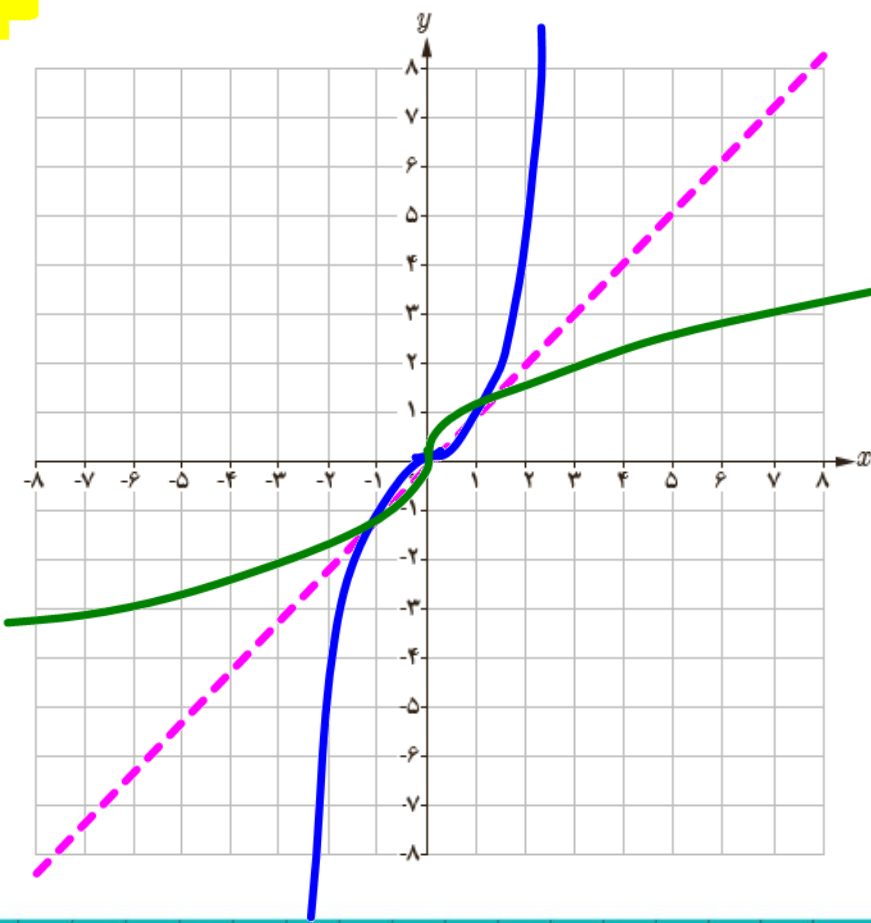
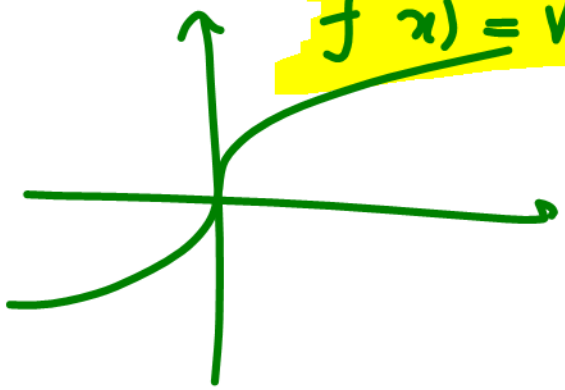


# هر خط افقی آن را یک بار قطع می‌کند نه بیشتر

آیا تابع  $f(x) = x^3$  یک به یک است؟ چرا؟ در دستگاه مختصات زیر نمودار تابع  $f(x) = x^3$  و وارون آن را رسم کنید. ضابطه تابع وارون چیست؟

بله

$f^{-1}(x) = \sqrt[3]{x}$



$f^{-1}(2) = \sqrt[3]{2}$   
 $f^{-1}(1) = 1$   
 $f^{-1}(8) = 2$



الکثره العریبه



$$D_f = R_f = \mathbb{R}$$

ضابطه تابع وارون توابع زیر را در صورت وجود به دست آورید. دامنه و برد هر تابع و وارون آن را با استفاده از نمودار مشخص کنید.

الف)  $f(x) = -\frac{1}{4}x + 3 = y \Rightarrow x - 6 = -2y \Rightarrow x = 6 - 2y$

ب)  $g(x) = 1 + \sqrt{x-2} = y$

$$f^{-1}(x) = 6 - 2x$$

$$\sqrt{x-2} = y-1$$

$$x-2 = (y-1)^2$$

$$x = 2 + (y-1)^2 \quad \text{دامنه } g^{-1} = \text{بردار}$$

$$g^{-1}(x) = 2 + (x-1)^2, \quad x \geq 1$$

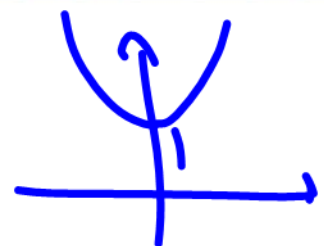
$x$  راستها کن

$$x = \dots$$

$$f^{-1}(x) = \dots$$



المعادن  
الرياضيات  
الفيزياء  
الكيمياء  
البيولوجيا  
الاجتماعيات  
العلوم  
الرياضيات  
الفيزياء  
الكيمياء  
البيولوجيا  
الاجتماعيات  
العلوم



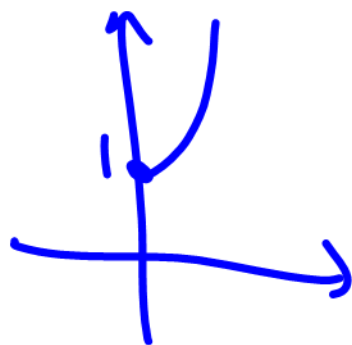
$$h(x) = x^2 + 1 \text{ تابع وارون ندارد}$$

ضابطه تابع وارون توابع زیر را در صورت وجود به دست آورید. دامنه و برد هر تابع و وارون آن را با استفاده از نمودار مشخص کنید.

الف)  $f(x) = -\frac{1}{3}x + 3$

ب)  $g(x) = 1 + \sqrt{x-2}$

پ)  $h(x) = x^2 + 1 = y \rightarrow x^2 = y - 1$   
 $(x \geq 0)$



مربع  
 $|x| = \sqrt{y-1}$

$x \geq 0$   
 $x = \sqrt{y-1}$

$h(x) = \sqrt{x-1}$

دامنه وارون  
 $x \geq 1$



الف (x) 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 32 33 34 35 36 37 38 39 40 41 42 43 44 45 46 47 48 49 50 51 52 53 54 55 56 57 58 59 60 61 62 63 64 65 66 67 68 69 70 71 72 73 74 75 76 77 78 79 80 81 82 83 84 85 86 87 88 89 90 91 92 93 94 95 96 97 98 99 100  
 الف (x) 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 32 33 34 35 36 37 38 39 40 41 42 43 44 45 46 47 48 49 50 51 52 53 54 55 56 57 58 59 60 61 62 63 64 65 66 67 68 69 70 71 72 73 74 75 76 77 78 79 80 81 82 83 84 85 86 87 88 89 90 91 92 93 94 95 96 97 98 99 100  
 الف (x) 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 32 33 34 35 36 37 38 39 40 41 42 43 44 45 46 47 48 49 50 51 52 53 54 55 56 57 58 59 60 61 62 63 64 65 66 67 68 69 70 71 72 73 74 75 76 77 78 79 80 81 82 83 84 85 86 87 88 89 90 91 92 93 94 95 96 97 98 99 100

تمرین

۱ ضابطه تابع وارون توابع یک به یک زیر را به دست آورید.

الف)  $f(x) = \frac{-8x + 3}{2} = y \Rightarrow -8x + 3 = 2y \xrightarrow{\div -8} x = \frac{2y - 3}{-8} \rightarrow f^{-1}(x) = \frac{2x - 3}{-8}$

ب)  $g(x) = -5 - \sqrt{3x + 1} = y$

$\rightarrow -5 - y = \sqrt{3x + 1}$   
تبدیل

$\rightarrow 25 + y^2 + 10y = 3x + 1$

$\rightarrow 1 + \frac{1}{3}y^2 + \frac{10}{3}y = x \rightarrow g^{-1}(x) = \frac{1}{3}x^2 + \frac{10}{3}x + 1, \quad x \leq -5$

مانند دارد



مجموعه سؤالات و پاسخ‌ها  
www.konkol.ir

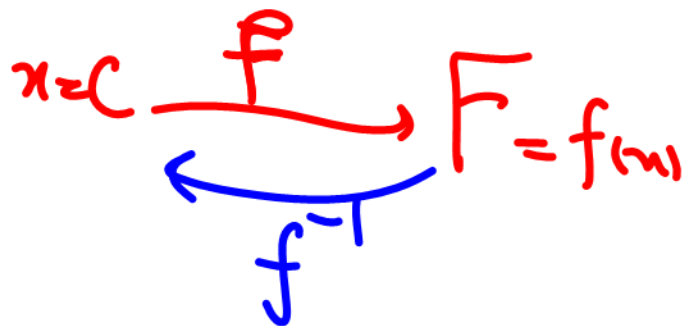


$$F = \frac{9}{5}C + 32$$

۳ رابطه بین درجه سانتی گراد و فارنهایت که برای اندازه گیری دما استفاده می شوند به صورت  $f(x) = \frac{9}{5}x + 32$  است که در آن  $x$  میزان درجه سانتی گراد و  $f(x)$  میزان درجه فارنهایت است.  $f^{-1}(x)$  را به دست آورده و توضیح دهید چه چیزی را نشان می دهد.

فرمول تبدیل فارنهایت

به سانتی گراد



$$y = \frac{9}{5}x + 32$$

$$y - 32 = \frac{9}{5}x$$

$$\frac{5}{9}(y - 32) = x$$

$$\frac{5}{9}(x - 32) = f^{-1}(x)$$



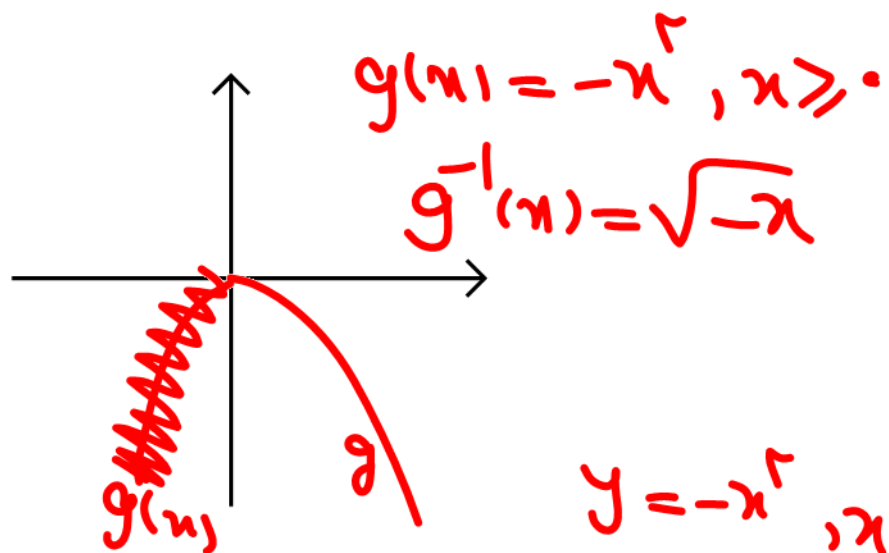
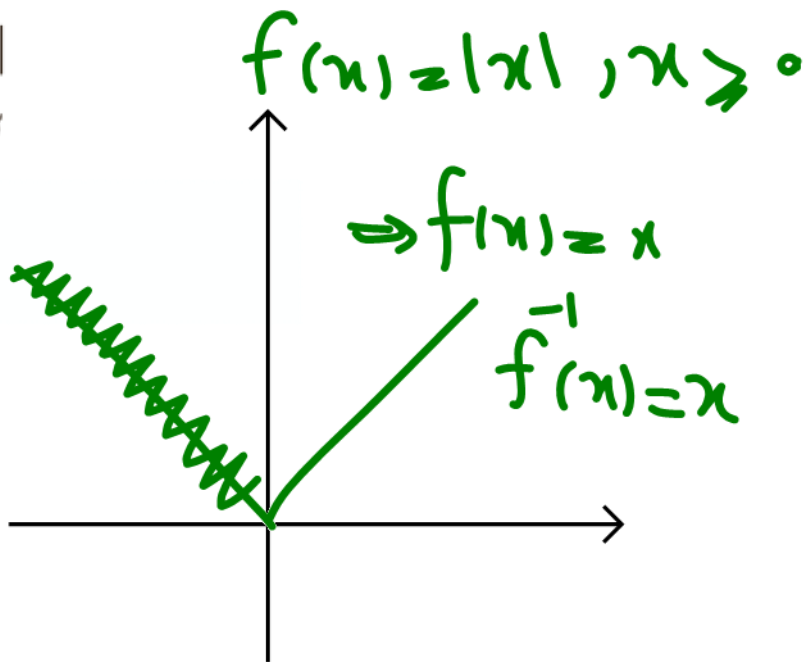
فصل ۲  
۲  
۳  
۴  
۵  
۶  
۷  
۸  
۹  
۱۰  
۱۱  
۱۲  
۱۳  
۱۴  
۱۵  
۱۶  
۱۷  
۱۸  
۱۹  
۲۰  
۲۱  
۲۲  
۲۳  
۲۴  
۲۵  
۲۶  
۲۷  
۲۸  
۲۹  
۳۰  
۳۱  
۳۲  
۳۳  
۳۴  
۳۵  
۳۶  
۳۷  
۳۸  
۳۹  
۴۰  
۴۱  
۴۲  
۴۳  
۴۴  
۴۵  
۴۶  
۴۷  
۴۸  
۴۹  
۵۰  
۵۱  
۵۲  
۵۳  
۵۴  
۵۵  
۵۶  
۵۷  
۵۸  
۵۹  
۶۰  
۶۱  
۶۲  
۶۳  
۶۴  
۶۵  
۶۶  
۶۷  
۶۸  
۶۹  
۷۰  
۷۱  
۷۲  
۷۳  
۷۴  
۷۵  
۷۶  
۷۷  
۷۸  
۷۹  
۸۰  
۸۱  
۸۲  
۸۳  
۸۴  
۸۵  
۸۶  
۸۷  
۸۸  
۸۹  
۹۰  
۹۱  
۹۲  
۹۳  
۹۴  
۹۵  
۹۶  
۹۷  
۹۸  
۹۹  
۱۰۰

تکرار

۴ توابع زیر یک به یک نیستند. با محدود کردن دامنه آنها توابعی یک به یک بسازید و ضابطه وارون آنها را به دست آورید.

الف)  $f(x) = |x|$

ب)  $g(x) = -x^2$



$$y = -x^2, x \geq 0$$

$$-y = x^2$$

$$\sqrt{-y} = |x|$$

$$x = \sqrt{-y}$$

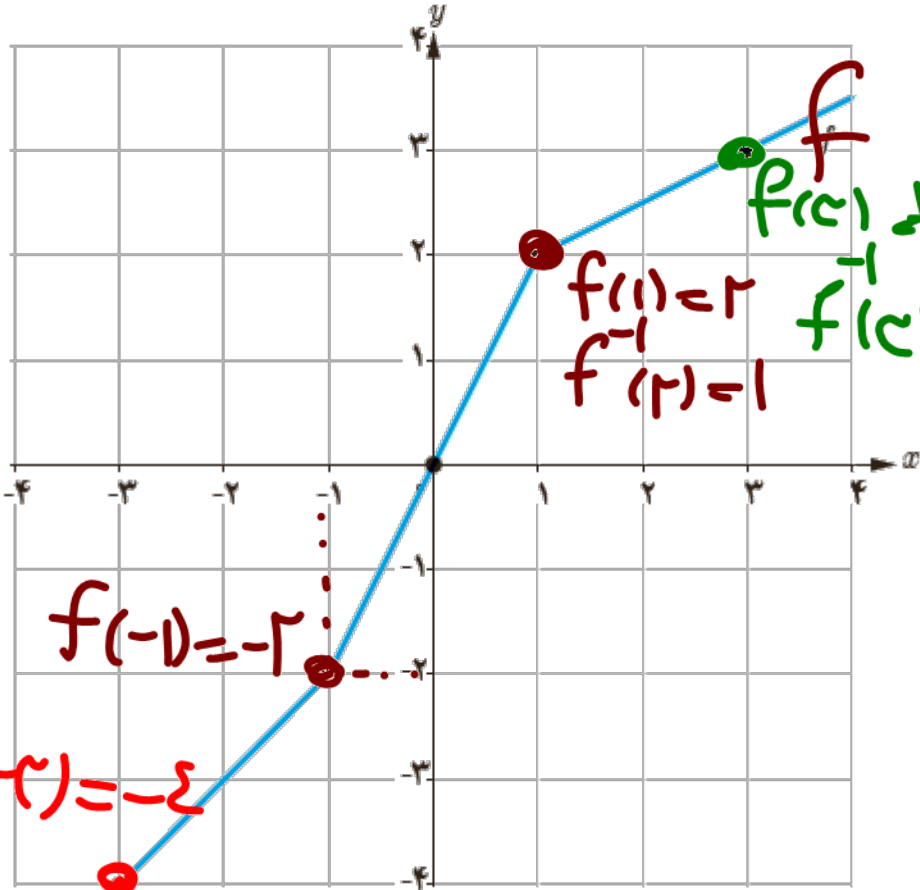


مجموعه سؤالات و پاسخ‌ها

۵ از نمودار تابع  $f$  برای تکمیل جدول استفاده کنید.

$$f(a) = b$$

$$f^{-1}(b) = a$$



$x$	-4	-2	2	3
$f^{-1}(x)$	-3	-1	1	3



الکثره  
العدد  
الهندسه  
الفيزياء  
الكيمياء  
البيولوجيا  
الرياضيات

$$D_f = R_f^{-1} \circ x < 2$$

$$R_f = D_f^{-1} \circ x > 1$$

$$y_s = 1$$

$$x_s = \frac{-b}{2a} = 2$$

۶ با محدود کردن دامنه تابع  $f(x) = x^2 - 4x + 5$ ، یک تابع یک به یک به دست آورده و دامنه و برد  $f$  و وارون آن را بنویسید و این دو تابع را رسم کنید.

تابع یک به یک:  $f(x) = x^2 - 4x + 5$ ,  $x < 2$

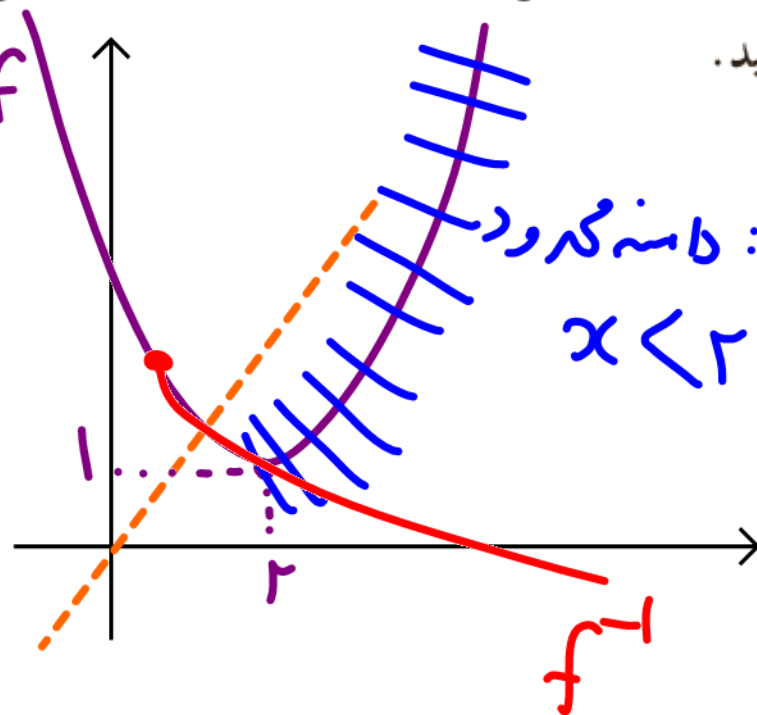
$$y = (x - 2)^2 + 1$$

$$\rightarrow y - 1 = (x - 2)^2$$

$$\rightarrow \sqrt{y - 1} = |x - 2| = 2 - x$$

$$\rightarrow x = 2 - \sqrt{y - 1}$$

$$f^{-1}(y) = 2 - \sqrt{y - 1}, \quad y > 1$$



دامنه نگارنده:  $(-\infty, 2)$   
 $x < 2$



۷ اگر  $f(x) = \frac{1}{8}x - 3$  و  $g(x) = x^3$ ، مقادیر زیر را به دست آورید.

جواب  
 $(f \circ g)^{-1} = g^{-1} \circ f^{-1}$

الف  $(f \circ g)^{-1}(5) = 4$

$$f \circ g(x) = f(g(x))$$

$$5 = \frac{1}{8}x^3 - 3$$

$$x = 4$$

$$\frac{1}{8}x - 3 = \sqrt{2}$$

$$\frac{1}{8}x - 3 = 6$$

ب  $(f^{-1} \circ f^{-1})(6)$

$$f^{-1}(f^{-1}(6)) =$$

$$f^{-1}(\sqrt{2}) = \sqrt[3]{10}$$

پ  $(g^{-1} \circ f^{-1})(5)$

$$g^{-1}(f^{-1}(5)) = g^{-1}(4) = 2$$

ب.  $f$  و  $g$  هم‌تانه بود



المنهجية  
 2021  
 2022  
 2023  
 2024  
 2025  
 2026  
 2027  
 2028  
 2029  
 2030  
 2031  
 2032  
 2033  
 2034  
 2035  
 2036  
 2037  
 2038  
 2039  
 2040

